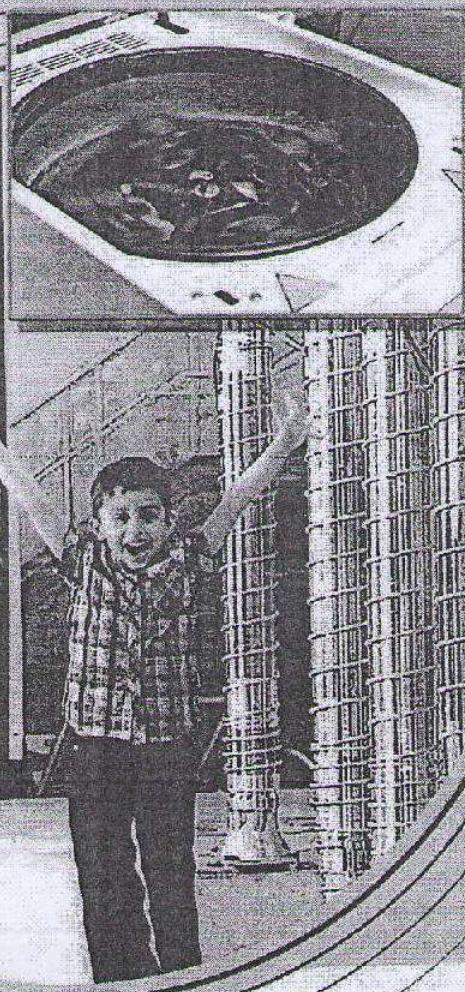




## فصل

# آمار و احتمال

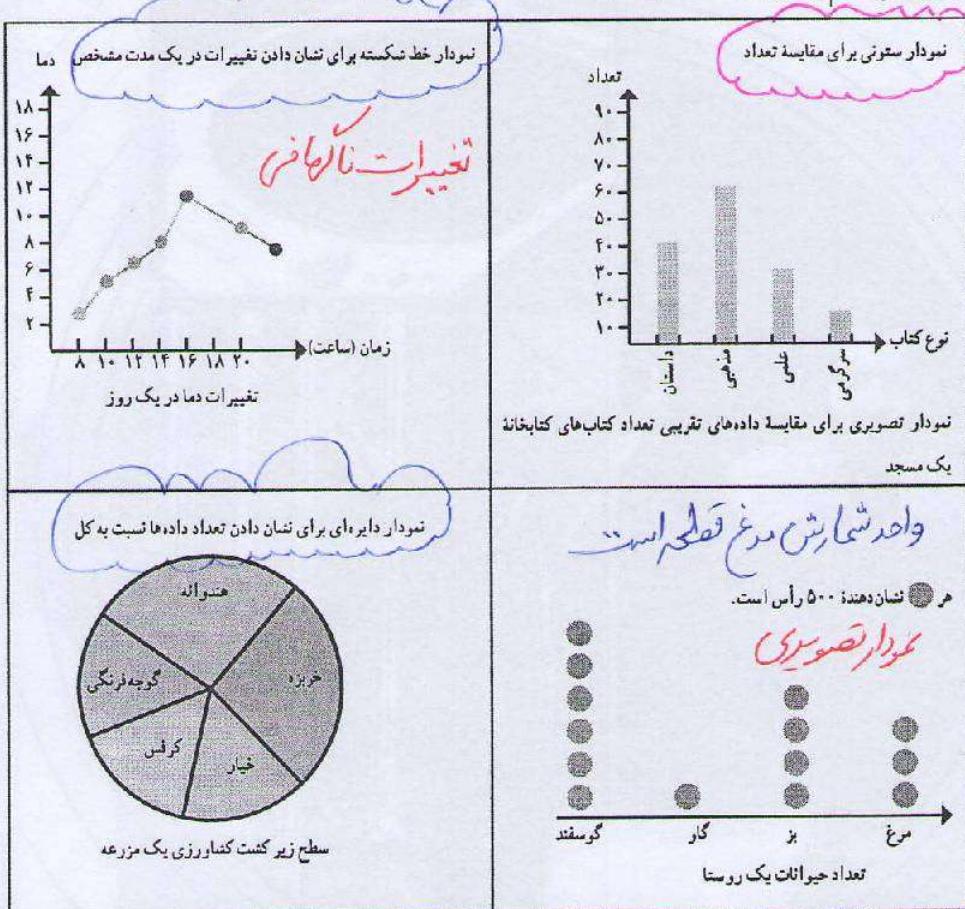


بررسی خواص یک گاز با استفاده از آمار و احتمال، هم کاری ساده است و هم منجر به تابع قابل قبول و عملی می شود. مثلاً با استفاده از آمار و احتمال می توان تعداد دفعاتی را برآورد کرد که باید مقداری گاز دارای اورانیوم را غنی کنیم تا به درجه خلوص مورد نیاز برسد.

## دسته‌بندی داده‌ها

### علم آمار

در سال‌های پیش با علم آمار، که علم جمع‌آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط، سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس، با توجه به موضوع و هدف آمارگیری، نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر، چهار نوع نمودار و کاربرد هر کدام را آوری شده است.



اگر داده‌های جمع‌آوری شده زیاد و پراکنده باشند، بررسی آنها طولانی می‌شود. برای اینکه بتوانیم آسان‌تر و بهتر نتیجه بگیریم، داده‌ها را متناسب با موضوع آماری دسته‌بندی و سازماندهی می‌کنیم.

دسته‌بندی مایه‌های فرمید باشد، مثمر را محلل و تفسیر اطلاعات شود

چرا دسته‌بندی مفید

$$\frac{\text{دانهی تغیرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \text{حواله خود عددی شود} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{یعنی شامل خود عددی شود} \\ \text{شامل خود عددی شود} \end{array}$$

١٢

$x < 140$  داردهای مبزر تر یا مسادی عدد ۱۳۰ است و حکم تراز ۱۴۵ است

$$\text{محل جذب} = \frac{V\omega}{\omega} = 1\omega \Rightarrow 140 < x < 150$$



در زیر، داده‌های جمع‌آوری شده درباره اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک

شهر کو حک بحسب ساخته متر مشخص شده است. (n=۴۰)

189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 199 199 199 199 199 199

MIN

183 184 185 186 187 188 189 190 ~~191~~ 192 193 194 195 196 197 198 199

$D = \text{Max} - \text{Min}$

وَمِنْ أَنْتَ مُخْلِقٌ وَّمَنْ تَرَكَ فِي الْأَرْضِ إِلَّا كُنْتَ

در یک بولیدی سلوار مردانه می‌حواییم با موجه به داده‌های جمع‌آوری شده بالا اندازه‌های مختلف را

قد بلند، بلندتر از منه سطح، متوسط، کوتاه‌تر از منه سطح و قد کوتاه

به این ترتیب، داده‌های ما به دسته تقسیم می‌شوند. مثلاً آنکه فاصله‌ای در دسته‌ها، مسافت بین نقطه‌ی که به

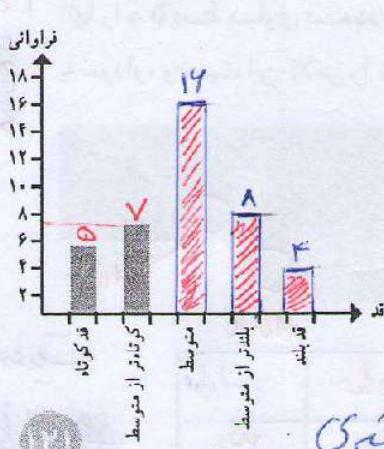
هذا دليل على اعتماد مفهوم المعاشرة في انتشار آفة سركر تناوله في ملخصه

لایه ای از دنیا را که در آن میتواند بزرگ و سرمهی سیم - چون دسته ای

مورد: با این ترتیب امنیت و قدرت سپاه را مسح نمی کنند و درین جهت بوسیمهایم.

در جدول زیر ممکن است  $110^{\circ}$  را بوضیع دهید. > و کجا نهادنی دارد؟

با توجه به حدود



فرارانی	چوب خط	حدود دسته ها
۵		$13^{\circ} \leq x < 14^{\circ}$
✓		$14^{\circ} \leq x < 16^{\circ}$
۱۹		$16^{\circ} \leq x < 17^{\circ}$
۸		$17^{\circ} \leq x < 19^{\circ}$
۴		$19^{\circ} \leq x \leq 20^{\circ}$

آخر داده باید در دسته‌ی

آخری پاسٹ

حلب ۲: هردم این روستا رای قدر طبیعی و نرمال هستند

حلب ۳: با توجه به آنکه نمودار متقارن هست (نمودار سوچ) متوسط قدر مدان این روستا در

## روزگار فرم

### دسته‌ی سوم

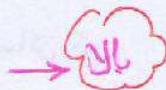
با توجه به فعالیت صفحه قبل به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

۱- قدر اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟  $140 \leq x < 175$

۲- با توجه به نمودار ستونی متوجه چه چیزی می‌شود؟ بیشترین فراوانی در دسته‌ی سوم رکوردن فراوانی

۳- فکر می‌کنید میانگین قدر مدان این شهر در کدام دسته قرار می‌گیرد؟ در دسته‌ی سوم  $175 \leq x < 140$

۴- به نظر شما این آمار و اطلاعات و نمودار چه کاربردهای دیگری دارند؟



استعداد راین برای تیمهای ورزشی، این سه مرتبه تواند تم والیبال و بسکتبال خوبی داشته باشد - بهتر است فروضاتی این شمره لباس‌های سایز بزرگ تغییر کند

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است.

+2	+2	+4	+5	+6	0	-1	-2	-3	-7	-1	-1	-1
-1	-2	-6	-7	-8	0	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+2
+2	+2	-4	-2	-1	0	-5	-2	0	0	+1	+1	+2
-1	-2	-6	-7	-8	0	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+2
+2	+2	-4	-2	-1	0	-5	-2	0	0	+1	+1	+2

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سوال‌های زیر مشخص کرده و نموداری ستونی رسم کنید.

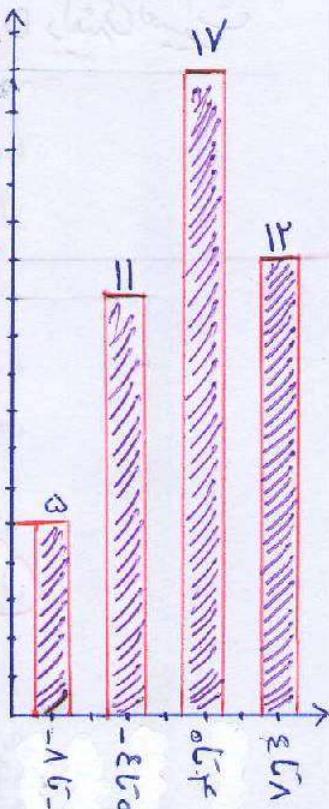
• دامنه تغییرات چقدر است؟  $14 - (-8) = 14$  دسته‌ی تغییرات

• داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟

$$\text{طول هر دسته} = 14 \div 4 = 4 \text{ دسته‌ی چهار}$$

۲- نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات،

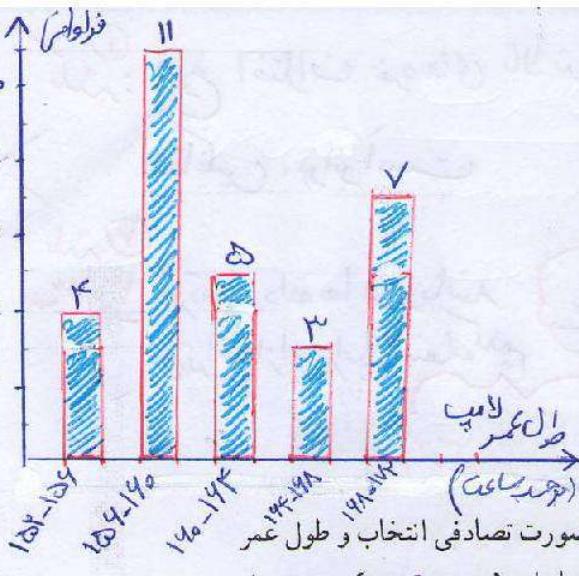
آنها را به ۵ دسته مساوی دسته‌بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار ستونی را رسم کنید و با توجه به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید. طول هر دسته  $= 5$   $\Rightarrow 15 - 5 = 10 = 10 \text{ دامنه تغییرات}$



دسته‌ها	حدود دسته‌ها	خطستان	فرادان
$5 \leq x < 8$	III	3	
$8 \leq x < 11$		5	
$11 \leq x < 14$		10	
$14 \leq x < 17$	/	11	
$17 \leq x \leq 20$	//	7	

با توجه به تحریر و ضمیمه این کلاس متوسط است چون ۱۸ تغییرات لحاظ نهاد

۱۴ گرفته اند



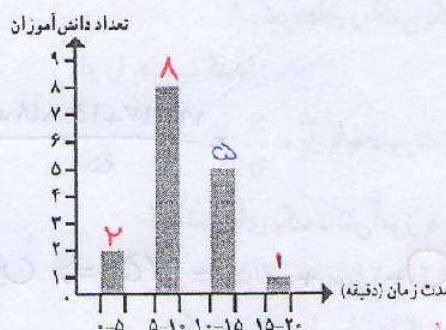
فرماں	خط نشان	حدود دسته‌ها
۳		۱۵۲ ≤ x < ۱۶۰
۱۱	/	۱۶۰ ≤ x < ۱۶۸
۵		۱۶۸ ≤ x < ۱۷۶
۳		۱۷۶ ≤ x < ۱۸۴
۷	/	۱۸۴ ≤ x ≤ ۱۹۲



۱- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه گیری شده است. داده ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

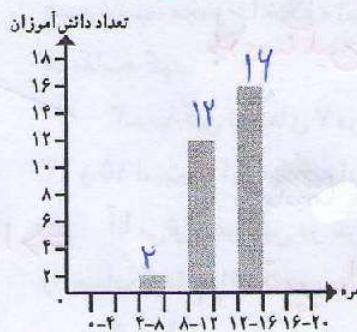
$$\text{طول هر دسته} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

Min	Max
۱۵۲	۱۶۲
۱۵۳	۱۶۳
۱۵۴	۱۶۴
۱۵۵	۱۶۵
۱۵۶	۱۶۶
۱۵۷	۱۶۷
۱۵۸	۱۶۸
۱۵۹	۱۶۹
۱۶۰	۱۷۰
۱۶۱	۱۷۱
۱۶۲	۱۷۲
۱۶۳	۱۷۳
۱۶۴	۱۷۴
۱۶۵	۱۷۵
۱۶۶	۱۷۶
۱۶۷	۱۷۷
۱۶۸	۱۷۸
۱۶۹	۱۷۹
۱۷۰	۱۸۰
۱۷۱	۱۸۱
۱۷۲	۱۸۲
۱۷۳	۱۸۳
۱۷۴	۱۸۴
۱۷۵	۱۸۵
۱۷۶	۱۸۶
۱۷۷	۱۸۷
۱۷۸	۱۸۸
۱۷۹	۱۸۹
۱۸۰	۱۹۰
۱۸۱	۱۹۱
۱۸۲	۱۹۲
۱۸۳	۱۹۳
۱۸۴	۱۹۴
۱۸۵	۱۹۵
۱۸۶	۱۹۶
۱۸۷	۱۹۷
۱۸۸	۱۹۸
۱۸۹	۱۹۹
۱۹۰	۲۰۰



۲- از دانشآموزان یک کلاس درباره مدت زمانی که طول می کشد تا آنها از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی این داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانشآموز فاصله خانه تا مدرسه را در بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می کنند؟ این کلاس چند دانشآموز دارد؟

نفر ۹ = ۱ + ۵ : بیش از ۱۰ دقیقه  
نفر ۲ = ۱ + ۸ + ۵ + ۲ = تعداد کل دانشآموزان



۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانشآموزان یک کلاس را می‌بینید.

①- این کلاس چند دانشآموز دارد؟ ۲۳ نفر

②- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

③- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بازی با سعی است →

اجازه دهیم دانشآموزان نظر دهند. بسته‌باش به خواسته‌ها

$$\text{می تواند مناسب و یا غیر مناسب باشد} = \frac{۲۰}{۵} = ۴ = \text{طول هر دسته}$$

این کلاس دانشآموزان خیلی قوی ندارد، دانشآموزان خیلی ضعیف هم کم می باشد

- ۲- بله؛ زیرا عالم حالات‌ها را برای این کلاس در تقریباً قدر اتفاق - خیر؛ زیرا برخی از دسته‌ها حالی است
- ۳- بله؛ زیرا این کلاس دانشآموز خیلی ضعیف ندارد (کم است) خیر؛ زیرا دانشآموز قوی ندارد

**نکته ۱:** مجموع اختلاف نمره های بالاتر از میانگین با میانگین و نمرت پایین تر از میانگین با

میانگین، برابر است

$$\bar{x}_1 = x_1 \cdot n, \bar{x}_2 = \bar{x}_1 \cdot n, \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 \cdot n + \bar{x}_2 \cdot n}{2n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$$

میانگین داده ها

**نکته ۲**  
سؤال ۳

آر تعداد داده ها برابر باشد  
نمودار نمایم از این رابطه استفاده کنیم

پس از اینکه داده های آماری در جدول سازماندهی می شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده ها بدست می آید، می توان از میانگین داده های نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده اید. میانگین تعدادی داده عددی، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می آید.

برای تخلیل و تفسیر داده های توافق از زمانی

تعالیت  تغییرات و میانگین در کنار هم استفاده کنیم

۱- نمره های ریاضی یک داش آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۸، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره های

او را حساب کنید.

$$\frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \text{میانگین}$$

$$\bar{x} = \frac{s}{n} = \frac{19+17+15+18+17}{5} = \frac{84}{5} = 16,8$$

۲- نمره های یک داش آموز به صورت زیر است:

$$16 + 10/5 + 16/5 + 14 + 17/5 + 16 + 15 + 17 + 18/5 + 14 = 160 = 14,0$$

میانگین نمره های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین تر از میانگین فرار

می گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ ۴ نمره بالاتر و ۵ نمره پایین تر خیر

اختلاف نمره های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به

همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره های پایین تر از میانگین را میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید. **بالای میانگین**  $\bar{x} = 1 + 2 + 5 + 5 + 5 = 16/5$  **پایین میانگین**  $\bar{x} = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25/5 = 5$

بدون خس

۳- میانگین نمره های ۷ درس یک داش آموز ۱۶/۵ است. اگر نمره های دو درس دیگر او، که ۵

۱۷ و ۱۵ است، به این **میانگین** اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید. **مجموع** **نمرات ۷ درس**  $\bar{x} = 14/5 + 15 + 17 = 46/5 = 9,2$

آیا می توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرد (۱۶ می شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵  $\bar{x} = 14/5 + 16/5 = 30/5 = 6$  **میانگین جدید**  $\bar{x} = 14,38$

بدون خس

۴- میانگین نمره های زیر را بدست آورید. بین این عددها چه رابطه ای وجود دارد؟ فاصله

هر عدد تا میانگین چقدر است؟



$$\bar{x} = \frac{11+12+12+13+13+14+14+15}{8} = 13$$

بین اعداد و میانگین تقاضه وجود دارد

**نکته:** اگر داده هارا مرتب کنیم (در صورتی که تعداد داده ها راست)

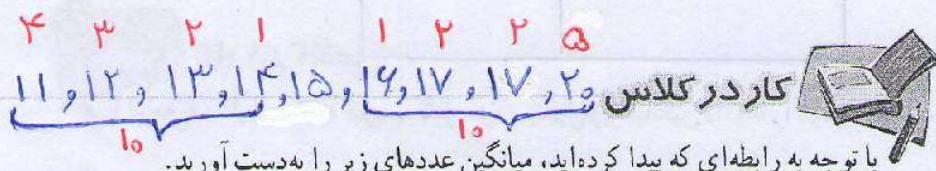
فردا نشود) و مجموع اختلاف اعداد سمت چپ با رادردی وسط بر اساس باشد، آن را داره

$$\left. \begin{array}{l} \text{میانگین} = \frac{(10-15)+(17-15)+(17-15)}{3} = 10 \\ \text{مجموع اختلاف راههای سمت راست با میانگین} = (15-14)+(15-13)+(15-12) = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

میانگین با میانلین برابر است

$$a \leq x \leq b \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{a+b}{2}$$

نکته سوال ۲



۱۷ ۱۳ ۱۷ ۲۰ ۱۲ ۱۵ ۱۴ ۱۶

DonyaTutor.ir

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌هارا با نزدیکی بسیار خوب بدست آورد.

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$



۱- به کمک ماشین حساب، میانگین قدر  $40$  نفر را که در درس قبل مطرح شده است، پیدا کنید.

$$\bar{x} = \frac{4479}{40} \approx 111,975$$

۲- برای بدست آوردن مرکز دسته‌ای ماتن دسته  $x$   $\leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای  $145$  و  $140$  را بدست می‌آوریم و سپس، حاصل را بر  $2$  تقسیم می‌کنیم.

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت می‌بینیم. مرکز هر دسته را به جای داده‌های آن دسته قرار دهید. برای مثال، چون عدد  $192$  در دسته  $190 \leq x < 200$  قرار دارد؛ به جای آن عدد  $197,5$  را، که مرکز این دسته است، قرار دهید.

$$197,5 \quad 197,0 \quad 197,0$$

$$181 \quad 181 \quad 181$$

$$151 \quad 151 \quad 151$$

$$130 \quad 130 \quad 130$$

$$142 \quad 142 \quad 142$$

$$197,5 \quad 197,0 \quad 197,0$$

۴- چرا در عددهای تغییر یافته  $197,5$  تا  $197,0$  وجود دارد؟ چون مقدار راههای این دسته  $4$  تا  $5$  است

۵- با توجه به عددهای بالا، میانگین عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای پیدا کردن مجموع داده‌ها از ضرب استفاده می‌کنید؟ این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با

فراوانی‌های جدول دارند؟ چون هم راههای هر دسته به میانلین آن دسته (مرکز هر دسته) تبدیل می‌شون

۶- میانگین بدست آمده را با میانگین واقعی، که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید.

مقدار خطای این روش چقدر است؟

$$197,125 - 197,0 = 0,125$$

نکته: هر چه قدر طول دسته‌ها لمس باشد خطای کمتر است

با مقایسه میانلین واقعی و این میانلین به این نتیجه رسید که اختلاف بسیار ناجز است و با این روش متوجه تقریب خوبی از میانلین واقعی داده‌ها را بدست آوریم

حدود دسته ها	فراوانی	مرکز دسته ها	مرکز دسته × فراوانی
$-1 \leq x < -4$	۵	$\frac{-1 + (-9)}{2} = -5$	$5 \times (-5) = -25$
$-4 \leq x < 0$	۱۱	-۲	-۲۲
$0 \leq x < 4$	۱۷	+۲	+۳۴
$4 \leq x \leq 8$	۱۲	+۶	+۷۲
جمع			۵۴

$$= \frac{+30}{40} = +0.75$$

$$= \frac{+5}{40} = +0.125$$

حواب سوال ۱

### کار در کلاس

با توجه به فعالیت صفحه قبل، با کامل کردن جدول زیر میانگین داده ها را دوباره محاسبه کنید.

حدود دسته ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$130 \leq x < 145$	۵	$137.5$	$687.5$
$145 \leq x < 160$	۷	$152.5$	$1067.5$
$160 \leq x < 175$	۱۴	$167.5$	$2345$
$175 \leq x < 190$	۸	$182.5$	$1460$
$190 \leq x < 205$	۴	$197.5$	$790$
مجموع	۴۰		$9410$

$$= \frac{9410}{40} = 235.25$$

حدود دسته ها	فراوانی	مرکز دسته ها	مرکز دسته × فراوانی
$105 \leq x < 120$	۱	$112.5$	$112.5$
$120 \leq x < 135$	۲	$127.5$	$255$
$135 \leq x < 150$	۳	$142.5$	$427.5$
$150 \leq x < 165$	۴	$162.5$	$650$
$165 \leq x < 180$	۵	$177.5$	$887.5$
$180 \leq x < 195$	۶	$192.5$	$1155$
$195 \leq x < 210$	۷	$207.5$	$1452.5$
$210 \leq x < 225$	۸	$222.5$	$1780$
$225 \leq x < 240$	۹	$237.5$	$2137.5$
$240 \leq x < 255$	۱۰	$252.5$	$2525$
مجموع	۴۰		$14175$

۱- میانگین دمای هوا مربوط به کار در کلاس صفحه ۱۲۲ و میانگین ساعت های عمر

لامپ مربوط به تمرین ۱ صفحه ۱۲۳ را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

	خط نشان	فراوانی	مرکز دسته	مرکز × فراوانی
$0 \leq x < 4$	۱	۲	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$		۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$		۱۰	۱۰	۱۰
$12 \leq x < 16$		۱۴	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x \leq 20$		۱۸	۱۸	۱۴۴
جمع		۴۴		۵۱۴

$$= \frac{514}{44} \approx 11.636$$

**نکته:** راده های  $\geq$  فاصله زیاری تا میانگین دارند تا سر زیاری روی میانگین دارند  
برای مثال  $25 \geq 25$  فاصله زیاری کا  $17/25$  دارد و آن را حذف نیم میانگین  
به صورت محسوسی اضافه می شود

۳- میانگین نمره های ریاضی دانش آموزان یک کلاس  $30$  نفره  $17/25$  شده است. یکی از دانش آموزان در این امتحان نمره  $3/5$  گرفته است؛ در حالی که بقیه آنها نمره بالای  $15$  گرفته اند.

(الف) اگر این داش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این سوال

$$\text{مجموع غیرات کلاس} = 517,5 \quad 30 \times 17/25 = 517,5$$

$$\text{مجموع غیرات} = 514 \quad 517,5 - 3/5 = 514$$

$$\text{نتیجه: نرات بالا و پایین تا سر زیاری روی میانگین دارند} \quad 514 + 29 = 17,72$$

(ب) حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از  $14$  گرفته اند؛ به جز یک نفر که  $20$

گرفته است، معدل این کلاس  $30$  نفره  $10/25$  شده است. اگر داش آموزی را که نمره  $20$  گرفته است

کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟

$$\text{معدل جدید برای ۲۹ نفر} = \frac{307,5 - 20}{29} \cong 9,91 \quad 30 \times 10/25 - 20 = 307,5 - 20$$

### خواندنی

ایده اولیه احتمال، مبتنی بر بازی های شناسی است. این گونه بازی ها از زمان های بسیار قدیم رایج بوده اند، زیرا در حفاری های باستان شناسی، برخی وسایل و آثار مربوط به بازی های شناسی مشاهده شده اند؛ از جمله مکعبی استخوانی که روی وجه های آن عدد هایی از  $1$  تا  $6$  نوشته شده است.

در روزگار کنونی در مواردی که بر احتیت نوان یک انتخاب را بر انتخاب دیگر ترجیح داد، از شناس استفاده می شود. برای مثال، در شروع بازی فوتبال از پرتاب سکه استفاده می کنند یا برای قبول یا رد یک موضوع، از قرعه کمک می گیرند. همچنین بانک ها برای اختصاص دادن جایزه به مشتریان دارای حساب قرض الحسن، از قرعه کشی استفاده می کنند.

$$\frac{1}{4} = \text{احتمال روح بودن} \Rightarrow ۴, ۲, ۱ : \text{اعداد روح}$$

$$\frac{1}{2} = \text{احتمال فرد} \Rightarrow ۵, ۳, ۱ : \text{اعداد فرد}$$

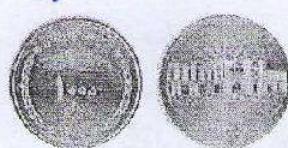
$$\frac{1}{3} = \text{احتمال اول آمدن} \Rightarrow ۵, ۲, ۳ : \text{اعداد اول}$$

$$\frac{1}{6} = \text{احتمال غیر اول آمدن} \Rightarrow ۶, ۴, ۱ : \text{غیر اول}$$

احتمال یا اندازه گیری شناسی ابتداء در حل این کار و احتمال هفتم تدریس شود

**فعالیت** اعداد اول: ۱۹, ۱۷, ۱۳, ۱۸, ۲۵ حرب: ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۸, ۲۰

۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها اعدادهای ۱۱ تا ۲۰ را نوشته‌ایم.  
کارت‌ها را به پشت روی میز قرار می‌دهیم و به طور تصادفی، یکی از آنها را بر می‌داریم.  
احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟  
چرا؟  $\text{احتمال اول بودن} = \frac{4}{10} > \text{احتمال مرکب بودن} = \frac{6}{10}$



$$\text{احتمال روا امد} = \frac{1}{2}$$

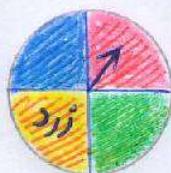
$$\text{احتمال پشت امد} = \frac{1}{2}$$

وقتی یک سکه را می‌اندازیم، قبل از آنکه به زمین برسد  
نمی‌دانیم چه پشت می‌آید؛ یعنی روی سکه می‌آید یا پشت آن!  
اما می‌دانیم که دو حالت ممکن است پشت آید: روی سکه یا  
پشت سکه! از آنجا که این دو حالت مشابه‌اند، پس امکان اینکه  
روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است و چون در یک حالت  
از این دو حالت مسکن، روی سکه می‌آید، پس احتمال اینکه  
روی آن بیاید  $\frac{1}{2}$  است. به همین ترتیب، احتمال اینکه پشت  
سکه هم بیاید،  $\frac{1}{2}$  است.

۲- در هر یک از موارد زیر، حالت‌های هم شناس را بنویسید.



$$\text{احتمال هر یک از زندگی‌های آبی، قرمز، زرد و سبز} = \frac{1}{4}$$



$$(\text{الف}) \text{ عقره چرخنده را می‌چرخانیم.}$$

$$(\text{ب}) \text{ تاسی را می‌اندازیم. هر یک از اعداد } ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ \text{ را بتوانیم.}$$

$$(\text{ج}) \text{ معلم از داشن آموزان پرسید: «یک مهره را به طور تصادفی از کيسه‌ای که در آن سه مهره}$$

$$\text{سبز و یک مهره سفید است، بیرون می‌آوریم. چند حالت هم شناس می‌تواند رخ دهد؟»}$$

$$\text{بالا فاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»}$$

$$\text{سبس علی برای آنکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد،}$$

$$\text{مهره‌های سبز را شماره گذاری کرد و پاسخ داد:}$$

$$\text{«چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»}$$

$$\text{به نظر شما پاسخ کدام یک درست است؟ چرا؟}$$

$$\text{جواب علی درست است، حالت سبز و سفید هم شناس نیست.}$$

$$\text{ولی اگر مهره‌ها را شماره لذا ری لینم احتمال اینکه هر یک از خارج شود}$$

$$\text{برابر است. احتمال هر یک} = \frac{1}{4}$$

۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم پس بیرون آمدن هر یک از

عددهای روی کارت‌ها هم شناس هستند حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید :

الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟  $\frac{۴}{۱۰}$

ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟  $\frac{۶}{۱۰}$

ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)‌های زیر را پیدا کنید :

احتمال آنکه عدد روی کارت، اول باشد.  $\frac{۴}{۱۰}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، مرکب باشد.

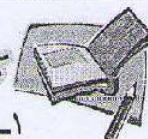
برای اینکه احتمال رخدادن یک پیشامد را بایم، تعداد حالت‌های منجر به آن اتفاق را بر تعداد

کل حالت‌ها تقسیم می‌کنیم :

$$\text{تعداد حالت‌های مطلوب} = \text{احتمال رخدادن یک پیشامد}$$

$$\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}$$

### کار در کلاس



۱- پنج توب کوچک با شماره‌های ۱ تا ۵ را داخل یک جعبه ریخته‌ایم. احمد یکی از آنها را به طور تصادفی از جعبه خارج می‌کند. قرار است اگر عدد توب زوج بود، جایزه بگیرد. احتمال اینکه احمد جایزه بگیرد چقدر است؟

$\frac{۳}{۵}$  = احتمال روح بورن  
۲- حمید می‌داند دوستش در خرداد به دنیا آمده است اما نمی‌داند چه روزی! احتمال اینکه دوست حمید در روز ۱۵ خرداد به دنیا آمده باشد، چقدر است (خرداد ۳۱ روز دارد)?

۳- برای هر یک از موارد زیر یک مثال بنویسید.  
الف) پیشامدی که احتمال رخدادن آن صفر باشد.  $\text{یک تاس را بیندازید، عددی بزرگ‌تر از } ۶ \text{ بیاید}$   $\frac{۰}{۶}$   
ب) پیشامدی که احتمال رخدادن آن کمتر از  $\frac{۱}{۲}$  باشد.  $\text{یک تاس را بیندازید، عددی مولک بیاید}$   $\frac{۳}{۶}$   
ج) پیشامدی که احتمال رخدادن آن  $\frac{۱}{۶}$  باشد.  $\text{یک تاس را بیندازید، عددی زوج بیاید}$   $\frac{۱}{۶}$   
د) پیشامدی که احتمال رخدادن آن پیشتر از  $\frac{۱}{۲}$  باشد.  $\text{یک تاس را بیندازید، عددی بزرگ‌تر از دو بیاید}$   $\frac{۳}{۶}$   
ه) پیشامدی که احتمال رخدادن آن یک باشد.  $\text{یک تاس را بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۶ بیاید}$   
عبارت زیر را بخوانید؛ درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید و دلیل این تشخیص را در چند جمله بنویسید.

«احتمال رخدادن یک پیشامد برابر با صفر، یک با عددی بین صفر و یک است.» درست

یه هیچ وجب رفع ندارد برابر صفر است

اگر همچنان رفع دهد برابر نیست

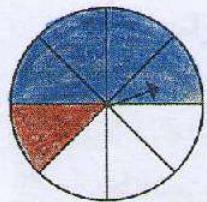
ولعیه حالت‌ها هم عددی بین صفر و یک است

$$1 = \text{احتمال رخدادن آن اتفاق} + \text{احتمال رخدادن نک اتفاق}$$

### فعالیت

-۱- الف) عقره چرخنده زیر را می چرخانیم. احتمال هر یک از حالت های زیر را پیدا کنید و در جدول بنویسید.

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = 1$$



هم سانس

$$\frac{4}{8} + \frac{4}{8} = 1$$

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

نایستد	باشد	
$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	عقره روی نارنجی
$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	عقره روی آبی
$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	عقره روی سفید

ب) حاصل جمع دو عدد هر سطر جدول را بدست آورید. چرا حاصل جمع ها با هم

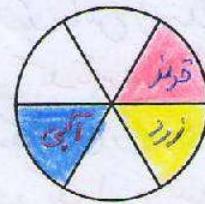
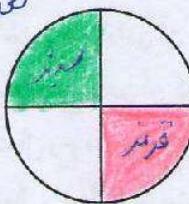
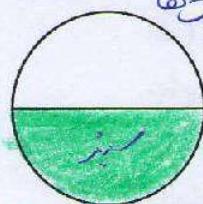
برابرند؟ **چون مل حالت های موجود را در پرسی گیرد**

ج) احتمال رخدادن یک پشامد  $\frac{3}{10}$  است. احتمال رخدادن آن چقدر است؟ چرا؟

$$\text{احتمال رخدادن آن} = \frac{7}{10} = 1 - \frac{3}{10}$$

۲- الف) هر یک از چرخندهای زیر را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقره روی رنگ سفید برابر  $\frac{1}{3}$  باشد.

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد مل سرت ها}}{\text{تعداد مل سرت ها}}$$



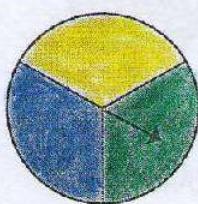
ب) بین این فعالیت و تساوی کسرها چه ارتباطی وجود دارد؟

۳- از یک کيسه حاوی ۵۰ مهره، مهره ای را به طور تصادفی بیرون می آوریم. احتمال سبز بودن مهره،  $\frac{3}{10}$  است.

$$\frac{40 \times 5}{10 \times 5} = \frac{10}{50} \Rightarrow 1\text{ مهره سبز را می}\rightarrow$$



تصریف



۱- عقریه شکل چرخنده رویه رو را ۳۰۰ بار می چرخانیم.

عبارت های درست را با ✓ و عبارت های نادرست

را با ✗ مشخص کنید.

الف) عقریه ۱۰۰ بار روی زرد می ایستد. ✗ **نادرست**

ب) انتظار داریم عقریه تقریباً ۱۰۰ بار روی آبی بایستد. ✓ **درست**

ج) انتظار داریم تعداد دفعاتی که عقریه روی هر یک از این سه رنگ می ایستد، دقیقاً برابر باشد. ✗ **نادرست**

۲- تاسی را می اندازم: احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کید.

الف) مضرب ۵ باید.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

ب) شمارنده ۶ باید.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

ج) ۷ بایشتر باید.

۱, ۲, ۳, ۴

۳- سی مهره با شماره های ۱ تا ۳۰ را در گردونه ای ریخته ایم. مهره ای را به طور تصادفی از گردونه خارج می کنیم. احتمال هر یک از حالت های زیر را به دست آورید:

الف) فرد بودن عدد روی مهره  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره  $\frac{4}{30} = \frac{1}{7.5}$

ج) اول بودن عدد روی مهره  $\frac{1}{30} = \frac{1}{30}$

۴- احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را با توجه به چرخنده زیر به دست آورید.

الف) عقریه چرخنده روی سبز بایستد.

ب) عقریه چرخنده روی آبی بایستد.

ج) عقریه چرخنده روی قرمز بایستد.

۵- در یک کیسه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. می خواهیم مهره ای را به طور تصادفی از آن

بیرون بیاوریم. می دانیم احتمال سبز بودن مهره  $\frac{3}{8}$  است.

الف) احتمال سبز نبودن مهره را حساب کید.  $\frac{5}{8}$  **غایب سبز**

ب) آیا می توانید تعداد مهره های درون پاکت را پیدا کنید؟ چرا؟ **خیر** **تعاریف** **کسر**

۶- یک سکه در چهار پرتاب پشت سر هم رو آمدہ است. فکر می کنید اگر بار پنجم آن را

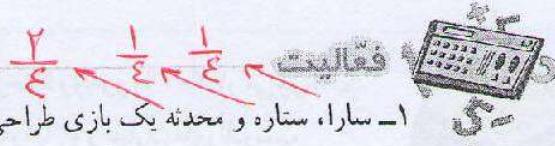
بیندازیم، چه می آید؟ چرا؟ **رو بایشست** **چون اگر سکه ای را پرتاب کنیم**

**احتمال رو آمدن و پشت آمدن هر دوام  $\frac{1}{2}$  است**

$\{(ب، ب)، (ر، ب)، (ر، ر) و (ب، ر)\} = \Omega$

### بررسی حالت‌های ممکن

		هر دو، رو	یکی رو، یکی پشت
در ۲۰ آزمایش		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
در ۸۰ آزمایش		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$



۱- سارا، ستاره و محدثه یک بازی طراحی کرده‌اند. آنها دو سکه را هم زمان می‌اندازند. اگر هر دو، رو آمد، سارا امتیاز می‌گیرد و اگر هر دو، پشت آمد، ستاره. اگر هم، یکی رو و یکی پشت آمد، محدثه امتیاز می‌گیرد.

فکر من کنید این بازی عادلانه است؟ یعنی شانس امتیاز گرفتن بازیکن‌ها با هم مساوی است؟

۲- دو سکه بردارید و ۲۰ بار آزمایش کنید.

نتایج ۲۰ آزمایش را با رسم جوب خط در جدول ثبت کنید.

نتایج آزمایش خودتان را با نتایج سه هم‌گروهی تان جمع کنید و با استفاده از نتایج مربوط به ۸۰ آزمایش، درستی فکرتان را بررسی کنید.

آیا نتیجه آزمایش‌ها، پاسخ شما به فعالیت ۱ را تأیید می‌کند؟ **بله**

۳- در جدول زیر، حالت‌های ممکن در پرتاب دو سکه نشان داده شده است. با توجه به این

جدول، احتمال امتیاز گرفتن هر کدام از بازیکن‌ها را محاسبه کنید.

سکه دوم سکه اول	(س-س)	(ر-س)	(ر-ر)
	رو - رو	رو - پشت	
	پشت - رو	پشت - پشت	

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  = احتمال اینکه یک سکه رو بیايد و یک سکه پشت.

$\frac{1}{4}$  = احتمال اینکه هر دو سکه رو بیايند.

$\frac{1}{4}$  = احتمال اینکه هر دو سکه پشت بیايند.

حالا دوباره به سؤال فعالیت ۱ پاسخ دهيد و برای پاسختن دلیل بیاوريد. **چون احتمال یک سکه رو و یک سکه پشت**

**کار در کلاس** باید بیشتر است و منصفانه نیست

محمد می‌خواست یک شاخه گل روز برای مادرش و یک شاخه هم برای پدرش بخرد. در گل فروشی تعداد زیادی گل روز به رنگ‌های سفید، قرمز و صورتی بود.

او دو شاخه گل را به طور تصادفی و به ترتیب برای مادر و پدرش برداشت.

الف) همه حالت‌های ممکن را به کمک جدول بیدا کنید.

ب) در چند تا از این حالت‌ها دست کم یکی از گل‌ها سفید است؟

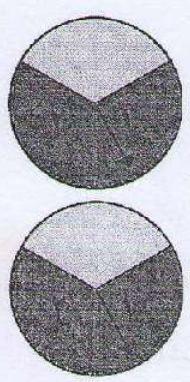
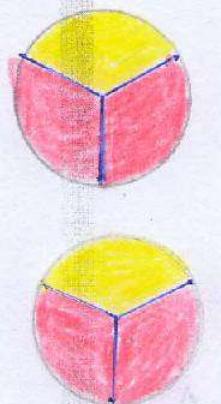
**حالت**

گل مادر گل پدر	سفید	قرمز	صورتی
سفید	س-س	ق-س	ص-س
قرمز	س-ق	ق-ق	ص-ق
صورتی	س-ص	ق-ص	ص-ص

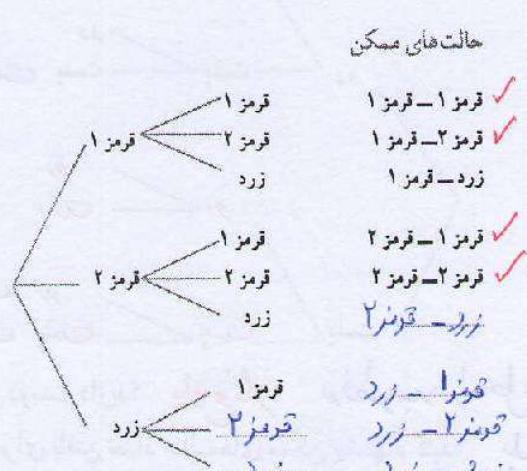
## ۵- فعالیت

۱- می خواهیم عقریه های دو جرخدنده زیر را بچرخانیم و رنگی را که عقریه ها روی آن می ایستند، یادداشت کنیم.

(الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.



چرخدنده اول  
چرخدنده دوم



$$\text{کل حالت های ممکن} \quad 3 \times 3 = 9$$

$\frac{4}{9}$

ب) احتمال اینکه هر دو عقریه روی رنگ قرمز باشند، چقدر است؟

۲- سه سکه را هم زمان انداختیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش، همه حالت های ممکن

را نوشت و تعداد حالت ها را یافته اند.

(الف) راه حل هر دو را کامل کنید.

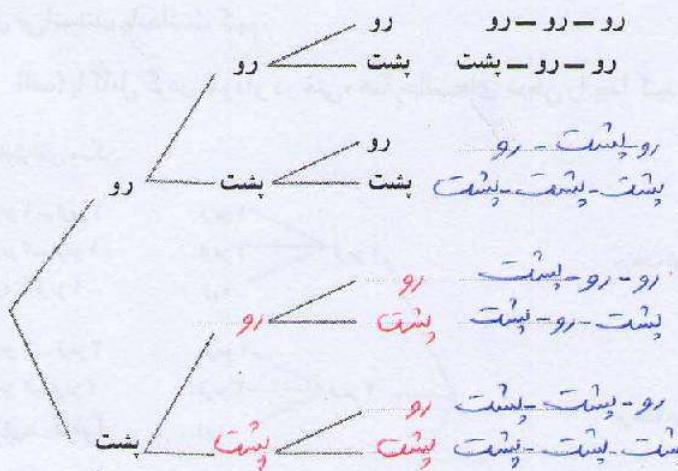
راه حل عرفان



سلمه اول	سلمه دوم	سلمه سوم	سلمه اول	سلمه دوم	سلمه سوم
رو	رو	رو	پشت	رو	رو
رو	پشت	رو	پشت	پشت	رو
رو	پشت	پشت	رو	پشت	پشت
رو	پشت	پشت	پشت	پشت	رو

راه حل یارسا

$$\text{کل حالت‌های ممکن} = 8 = \underset{2 \text{ حالت}}{\underset{2 \text{ حالت}}{\underset{2 \text{ حالت}}{X}}} \times \underset{2 \text{ حالت}}{X} \times \underset{2 \text{ حالت}}{X}$$



ب) شما کدام راه حل را پیشتر دوست دارید؟ **یاسنیز** به نظر بیند راه حل یارسا بیشتر است



ج) آیا می توانید روش دیگری برای یافتن تعداد حالت‌های ممکن پیشنهاد کنید؟ یعنی  $2 \times 2 \times 2 = 8$

د) تعداد حالت‌های ممکن چند تاست؟ **۸**

ه) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیابد، چقدر است؟  **$\frac{1}{8}$**

و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیابد، چقدر است؟  **$\frac{3}{8}$**

## DonyaLab.ir



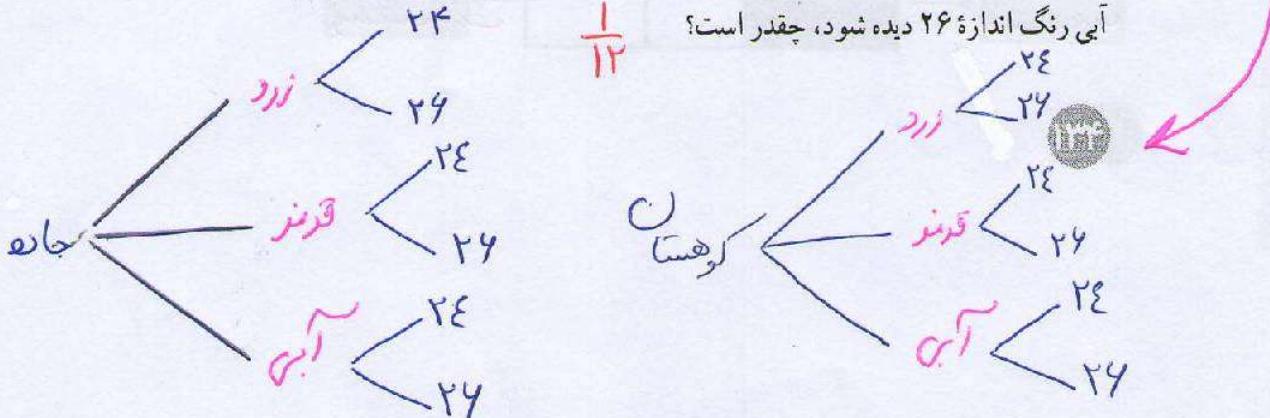
۱- در یک کارخانه دوچرخه سازی دو مدل دوچرخه تولید می شود : دوچرخه جاده و دوچرخه کوهستان. در این کارخانه هر نوع دوچرخه در سه رنگ (زرد، قرمز و آبی) و دو اندازه (۲۴ و ۲۶) تولید می شود.

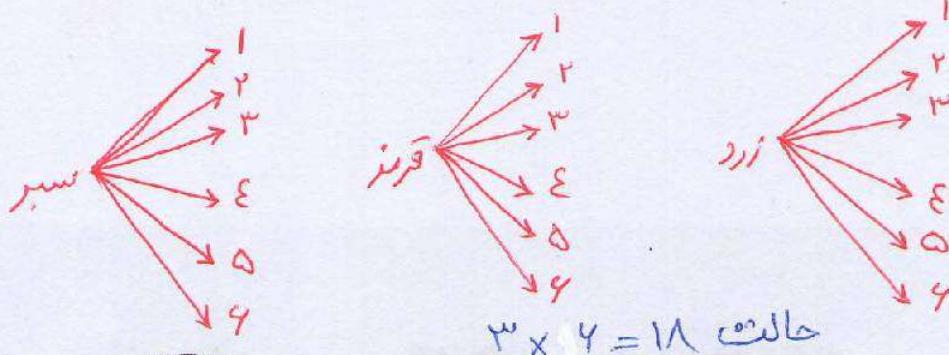
الف) چند نوع دوچرخه مختلف در این کارخانه تولید می شود؟ **۱۲**

ب) در نشریه تبلیغاتی این کارخانه، در هر صفحه عکس یکی از این دوچرخه ها آمده است. علی

یکی از صفحه ها را به طور تصادفی انتخاب می کند. احتمال اینکه در این صفحه دوچرخه کوهستان

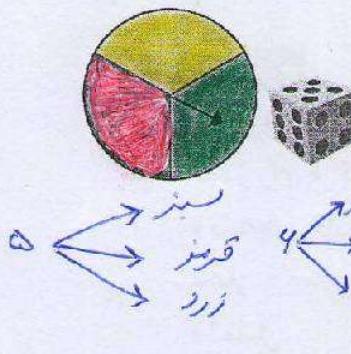
آبی رنگ، اندازه ۲۶ دیده شود، چقدر است؟  **$\frac{1}{12}$**



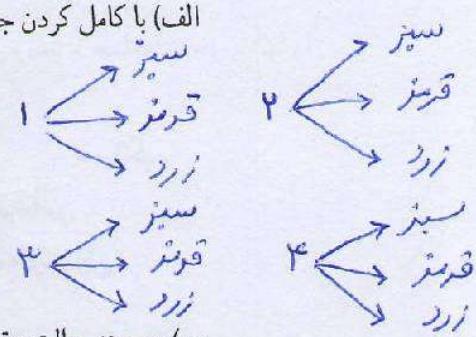


۲- عقریه چرخنده مقابله را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم.

الف) با کامل کردن جدول، همه حالت‌های ممکن را پیدا کنید.



تاس چرخنده		1	2	3	4	5	6
سیز							
قرمز							
زرد							
سیز							
قرمز							
زرد							



ب) در چند حالت عقریه روی قرمز ایستاده است و تاس عددی زوج را نشان می دهد؟ سه حالت

(قرمز و ۴)، (قرمز و ۶) و (قرمز و ۲)

۳- قفلی داریم که رمز آن عددی یک رقمی است. (این رقم می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ باشد).

۷، ۸، ۹

الف) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟

نکته: در قسمت ب اگر رقم ها بین اضافه شود (۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵) چرا ب یک حدس

ب) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟

نکته: رمز دورقیوی سود

۴- دو تاس را می اندازیم:

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۳۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیايد، چقدر است؟

نکته: اتفاق اولی ۳ و اتفاق دومی ۵

ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیايد، چقدر است؟

نکته: اتفاق اولی ۵ و اتفاق دومی ۵

د) با ساخت قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوت شان را بنویسید.

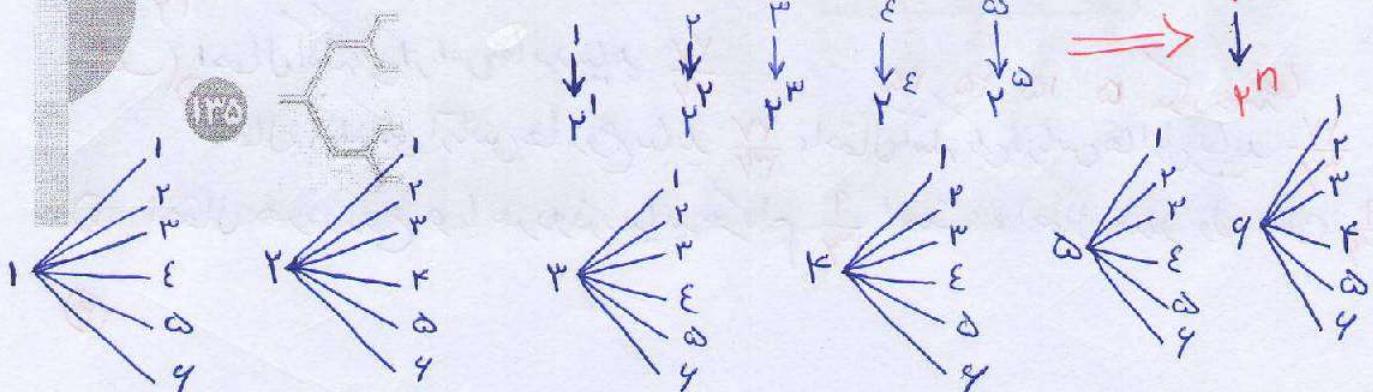
در قسمت ب دو حالت در قسمت ج چند حالت همچنین اتفاق نیافتد

۵- دو سکه را می اندازیم. احتمال اینکه دست کم یکی از آنها رو بیايد، چقدر است؟

نکته: لوله های انشعاب آب به هر قسمت که بر سند، دوشاخه می شوند.

پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.

Donoghue.ir



## مرور فصل ۸

### نحویم و ادب ایران

در این فصل رازهای زیر به کار رفته‌اند مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

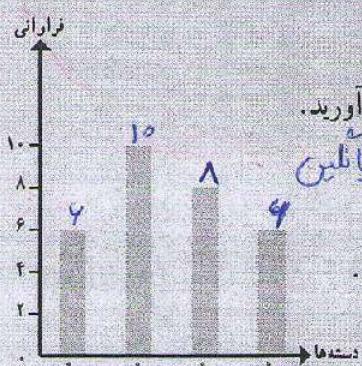
- دسته‌بندی داده‌ها
- مرکز دسته
- آمار
- احتمال
- نمودار درختی
- فراوانی
- میانگین
- حالت‌های هم‌شانس
- جدول حالت‌های معکن

در این فصل، روش‌های صلبی زیر مطرح شده‌اند. با یک سال درکدام و اوضاع دهد و در دهن خود خلاصه درس را بنویسید.

- دسته‌بندی داده‌های زیاد و پراکنده
- محاسبه میانگین داده‌های دسته‌بندی شده
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک جدول
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک نمودار درختی

### کاربردها

آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و یا درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادهای جون بازندگی، سیل و بارش برف را پیش‌بینی کیم.



### تمرین‌های ترکیبی

۱- با توجه به نمودار مقابل، میانگین داده‌های را بدست آورید.

$$x_{\text{میانگین}} = \frac{30 + 150 + 200 + 215}{36} = \frac{595}{36} \approx 16,5$$

۲- دو تاس را می‌اندازیم.

(الف) تعداد حالت‌های هم‌شانس ممکن را بدست آورید.

(ب) احتمال اینکه هر دو تاس ۱ بیاند، چقدر است؟

$$\rightarrow \frac{1}{36}$$

الف) احتمال اینکه هر دو تاس هما فرد بیاند  $\frac{27}{36}$

احتمال اینکه هر دو تاس هما زوج بیاند  $\frac{9}{36}$ ، احتمال اینکه هر دو تاس هما اول بیاند  $\frac{27}{36}$

احتمال هر دو ترجیح و یا هر دو فرد بیاند  $\frac{9}{36}$  است، احتمال هر دو اول بیاند  $\frac{9}{36}$