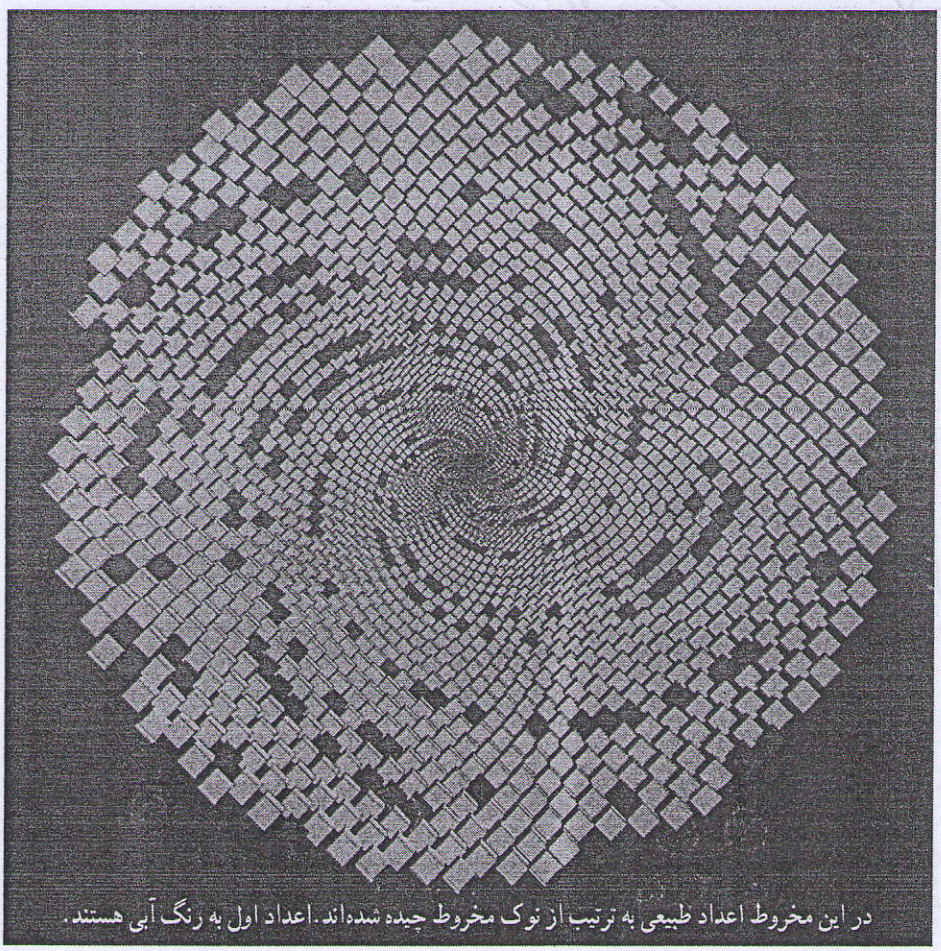
Donyaha.iR

فصل ۲ حساب عددهای طبیعی



در این مخروط اعداد طبیعی به ترتیب از نوک مخروط چیده شده‌اند. اعداد اول به رنگ آبی هستند.

شمارنده‌های اول یک عدد مانند مادهٔ اولیهٔ کارخانهٔ عددسازی هستند. همهٔ عددهای طبیعی بزرگ‌تر از یک را می‌توانیم با ضرب شمارنده‌های اول به‌دست آوریم. امروزه از عددهای اول که تجزیه و شکسته نمی‌شوند، برای رمزنگاری و رمزگشایی استفاده می‌شود.

حواب سؤال ۱ قسمت دوم

۱۵ = ۱ × ۱۵ یک گروه پانزده نفره
۱۵ = ۳ × ۵ سه گروه پنج نفره
۱۵ = ۵ × ۳ پنج گروه سه نفره
۱۵ = ۱۵ × ۱ پانزده گروه یک نفره

Donyaha.iR

یادآوری عددهای اول

فعالیت

بله، گروه‌های ۱۹ و ۱ نفره

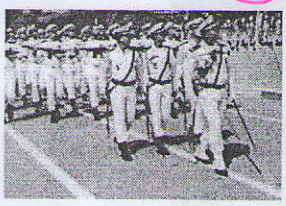
۱ــ می‌خواهیم ۱۹ نفر از دانش‌آموزان را برای انجام کارهای مختلف به گروه‌های کوچک تقسیم کنیم. آیا می‌توانیم این تعداد را به گروه‌های مساوی تقسیم کنیم؟ بله، گروه‌های یک نفره و ۱۹ نفره

اگر تعداد دانش‌آموزان ۷ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟ همهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید. گروه‌های ۷ نفره و یک نفره

۱ × ۷ = ۷
۷ × ۱ = ۷

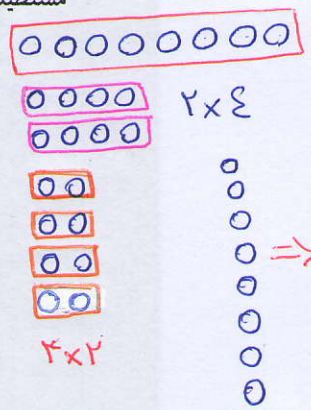
اگر تعداد آنها ۱۵ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟ گروه‌های ۱۵، ۵، ۳، ۱ نفره

بالا



۲ــ تعدادی از سربازان می‌خواهند رژه بروند. فرماندهٔ آنها آرایش‌های مستطیلی مختلف برای گروه‌های ۶ نفره را روی کاغذ کشیده است.

۱ × ۶ ۲ × ۳ ۳ × ۲ ۶ × ۱

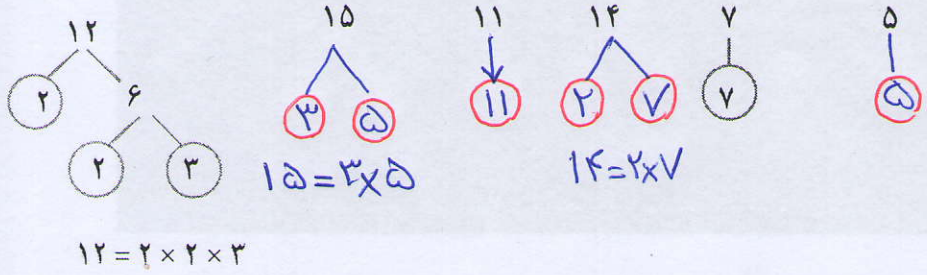


شما هم برای ۸ نفر، آرایش‌های مستطیلی مختلف رسم کنید. ۱×۸ ، ۲×۴ ، ۴×۲ ، ۸×۱

برای ۵ نفر هم آرایش‌های ممکن را رسم کنید. ۱×۵ ، ۵×۱

کدام عددها فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟ عددهایی که فقط دو مقسوم‌علیه دارند (اعداد اول)

۳ــ مانند نمونه‌ها با رسم نمودارهای درختی، عددهای داده شده را به‌صورت ضرب شمارنده‌های اول بنویسید (تجزیه کنید).

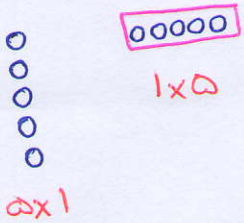


اعداد اول

هر عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک که هیچ شمارندهٔ طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد عدد اول نامیده می‌شود.

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ...

حواب سؤال ۲



یک عددی اول نمی باشد زیرا از حاصل ضرب یک درخودش عدد جدیدی حاصل نمی شود
می دانیم از حاصل ضرب هر عدد اول درخودش ویا یک عداول دیگر، عددی مرکب حاصل می شود

جواب دوم: زیرا اعدادی اول اند که فقط دو شمارنده‌ی طبیعی داشته باشد وعدد یک فقط یک شمارنده‌ی طبیعی دارد

عدد ۱ مرکب نیست زیرا نمی توانیم آن را به صورت حاصل ضرب دوعدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسیم

کار در کلاس

اگر بتوانیم عددی طبیعی و بزرگ‌تر از یک را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسیم، عدد مورد نظر اول نخواهد بود و به چنین عددی، عدد مرکب می‌گویند. برای مثال، ۲۴ عددی مرکب است، چون: $۴ \times ۶ = ۲۴$

۱۶=۲×۸ ، ۱۸=۳×۶ ، ۲۰=۴×۵ ، ۲۱=۳×۷
۲۲=۲×۱۱ ، ۲۴=۴×۶ ، ۲۵=۵×۵ ، ۲۶=۲×۱۳ ،
۲۷=۳×۹
۲۸=۴×۷

همهٔ عددهای مرکب بین ۱۵ و ۳۰ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید.

اعداد مرکب بین ۱۵ و ۳۰

۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸

۱ــ عددهای طبیعی از ۱ تا ۲۰ را بنویسید و دور عددهای اول خط بکشید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

بالا

آیا عدد ۱ اول است؟ چرا؟ خیر

آیا عدد ۱ مرکب است؟ چرا؟ خیر

۲ــ با توجه به سؤال بالا، عددهای طبیعی را به سه دسته تقسیم کنید و ویژگی‌های هر کدام را بنویسید.

الف) عدد ۱، که نه اول است و نه مرکب ب) اعداد اول: عددهایی که فقط دو شمارنده طبیعی دارند ج) اعداد مرکب: عددهایی که می‌توان آن‌ها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت

۳ــ مضرب‌های طبیعی عدد ۲ در زیر نوشته شده است. در صورت امکان، آنها را مانند نمونه به‌صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ۱۴ ، ...
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
۲×۲ ۲×۳ ۲×۴ ۲×۵ ۲×۶ ۲×۷

نمی‌شود ۳×۴

به همین ترتیب، مضرب‌های طبیعی عددهای ۳ و ۴ را بنویسید و در صورت امکان آنها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

مضرب‌های طبیعی عدد ۳: ۳ ، ۶ ، ۹ ، ۱۲ ، ۱۵ ، ...
نمی‌شود ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
مضرب‌های طبیعی عدد ۴: ۲×۳ ۳×۳ ۳×۴ ۳×۵

۴ــ با توجه به سؤال بالا، آیا می‌توانیم بگوییم که همهٔ مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب‌اند؟ چرا؟

خیر زیرا ۲ مضرب هست اما مرکب نیست

عدد ۱ نه اول است نه مرکب؛ به این ترتیب، عددهای طبیعی را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد:

عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک

مضرب‌های طبیعی عدد ۴: ۴ ، ۸ ، ۱۲ ، ۱۶ ، ...
۲×۲ ۲×۴ ۲×۶ ۲×۸

Dorsaha.ir

کار در کلاس

۱ــ کدام عددهای طبیعی را می‌شناسید که همهٔ مضرب‌هایشان عددهای مرکب باشند؟

عدد های مرکب برای مثال مضرب های ۴

۲ــ عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ بی شمار چند تا از مضرب‌های آن عدد اول هستند؟ یکی فقط خود ۱۷

۳ــ اگر a یک عدد اول باشد، آیا همهٔ مضرب‌هایش مرکب‌اند؟ خیر، خود a اول است و مضرب a نیز می باشد

فعالیت

۱ــ ب.م.م جفت عددهای داده شده را بنویسید.

(۱,۴) = ۱	(۳,۹) = ۳	(۲,۸) = ۲	(۱۵,۶) = ۳
(۳,۵) = ۱	(۱۵,۴) = ۱	(۵,۱۲) = ۱	(۱۸,۱۲) = ۶
(۳,۳) = ۳	(۷,۸) = ۱	(۱۵,۱۶) = ۱	(۲۴,۲۵) = ۱

تکته: (ب.م.م) دو عدد متوالی برابر یک است

اگر ب.م.م (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه [شمارندهٔ] مشترک) دو عدد برابر یک باشد، می‌گوییم آن دو عدد نسبت به هم اول هستند. برای مثال، عددهای ۸ و ۹ هر دو مرکب‌اند اما چون (۸,۹) = ۱ می‌گوییم این دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

۲ــ دو عدد اول متفاوت انتخاب کنید و ب.م.م آنها را بنویسید. (۵,۷) = ۱

آیا می‌توان گفت هر دو عدد اول نسبت به هم اول‌اند؟ آری

۳ــ یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند. (۵,۹) = ۱

۴ــ دو عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند. (۸,۹) = ۱

۵ــ آیا دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول می‌شوند؟ بله

۶ــ اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آنها چگونه به‌دست می‌آید؟

اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آن‌ها برابر است با حاصل ضرب آن‌ها

(۸,۹) = ۱ ⟹ [۸,۹] = ۸×۹ = ۷۲

Donyaha.ir

نکته: اگر مجموع دو عدد، عددی فرد باشد، آنگاه یکی از آن دو عدد فرد و دیگری زوج است

زوج = زوج + زوج ، فرد = زوج + فرد ، زوج = فرد + فرد

نکته: اگر مجموع دو عدد اول عددی فرد باشد حتماً یکی از آن دو عدد دو است

تمرین

۱ــ برای تساوی روبه‌رو، چهار پاسخ مختلف به دست آورید. ۱ = (۴ و □)

$(1,4)=1$, $(3,4)=1$, $(5,4)=1$, $(7,4)=1$

۲ــ عددهای اول بین دو عدد ۴۰ و ۶۰ را بنویسید.

۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹

۳ــ اگر تعداد عددهای اولِ کمتر از ۲۰، هشت عدد باشد، تعداد عددهای مرکب کوچک‌تر از ۲۰ چندتاست؟ چرا؟

۱۹ − (۸+۱) = ۱۰ ۱ نه اول است و نه مرکب

۴ــ آیا جملهٔ زیر درست است؟ چرا؟ خیر ، زیرا عدد ۱ طبیعی است و فقط یک شمارنده دارد

«هر عدد طبیعی دست کم ۲ شمارنده دارد.»

۵ــ مجموع دو عدد اول ۹۹ است. آن دو عدد را مشخص کنید و توضیح دهید که چگونه آنها را پیدا کردید.

□ + △ = ۹۹ ⇒ △ = ۲ ⇒ □ = ۹۹ − ۲ = ۹۷

□ فرد ، △ زوج ، ۹۹ فرد

۶ــ پنج عدد بنویسید که غیر از ۲ و ۳ شمارندهٔ اولِ دیگری نداشته باشند.

۲×۳ = ۶ , ۲×۲×۳ = ۱۲ , ۲×۳×۳ = ۱۸ , ۲×۲×۲×۳ = ۲۴ , ۲×۲×۳×۳ = ۳۶

۷ــ عددهای ۴ و ۹ دو شمارندهٔ یک عددند. شش عدد دیگر پیدا کنید که به‌طور حتم شمارنده‌های این عدد باشند.

۳۶ ⟵ ۴, ۹

{ ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶ }

نکته: ۱ نه اول است و نه مرکب

خواندنی

هر دو عدد طبیعی و فرد که ۲ واحد اختلاف داشته باشند و هر دو اول باشند را یک جفت عدد اولِ دوقلو می‌نامند مانند (۵ , ۳) یا (۱۳ , ۱۱) یا (۱۰۳ , ۱۰۱) ریاضیدانان براین باورند (حدس می‌زنند) که برای دوقلوهای اول پایانی وجود ندارد.

همچنین هر سه عدد فرد و متوالی که هرسه اول نیز باشند را اعداد اولِ سه قلو می‌نامند که فقط یک سه قلوی اول در بین اعداد طبیعی وجود دارد یعنی (۷ , ۵ , ۳) و سه قلوی دیگری یافت نمی‌شود! چرا؟

۵, ۷, ۹ ، ۹, ۱۱, ۱۳ ، ۱۵, ۱۷ و ۱۹

۹ مرکب ، ۹ مرکب ، ۱۵ مرکب

اعداد اول دوقلو

اعداد اول سه قلو

★ زیرا، از هر سه عدد فرد متوالی یکی مضرب سه می باشد

پس به غیر ۳, ۵, ۷ ، هیچ سه قلوی دیگری یافت نمی شود

Donyaha.iR

تعیین عددهای اول

فعالیت

می‌خواهیم عددهای اول بین ۱ تا ۵۰ را تعیین کنیم.

ابتدا عددهای ۱ تا ۵۰ را می‌نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

ـ حالا عددهای غیراول را خط می‌زنیم تا عددهای اول باقی بمانند.

۱ـ آیا عدد ۱ را خط زدید؟ بله چرا؟ زیرا عدد ۱ نه اول است و نه مرکب

۲ـ آیا مضرب‌های عدد ۲ را خط می‌زنید؟ خیر چرا؟ زیرا ۲ اول است، و خط نمی‌خورد

ـ مضرب‌های مرکب عدد ۲ را به‌صورت / خط بزنید.

ـ مضرب‌های مرکب عدد ۳ را خط بزنید.

۳ـ آیا لازم است مضرب‌های عدد ۴ را خط بزنیم؟ خیر چرا؟ زیرا اگر عددی مضرب ۴ باشد، پیش از آن به عنوان مضرب ۲ خط خورده است.

۴ـ آیا مضرب‌های عدد ۵ را خط می‌زنید؟ خیر چرا؟ زیرا ۵ اول است و نباید خط بخورد

مضرب‌های مرکب عدد ۵ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۵ که برای اولین بار خط می‌خورد، کدام است؟ $۵^۲ = ۲۵$

۵ـ آیا مضرب‌های عدد ۶ را خط می‌زنید؟ خیر چرا؟ زیرا اگر عددی مضرب ۶ باشد، پیش از آن با مضرب‌های ۲ خط خورده است

۶ـ آیا مضرب‌های عدد ۷ را خط می‌زنید؟ خیر چرا؟ چون ۷ اول است و خط نمی‌خورد

۷ـ مضرب‌های مرکب عدد ۷ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۷ که برای اولین بار خط می‌خورد کدام است؟ $۷^۲ = ۴۹$

۸ـ آیا مضرب‌های اعداد ۸ و ۹ و ۱۰ را خط می‌زنید؟ خیر چرا؟ زیرا قبلاً خط خورده‌اند

بله، به‌غیر خود عدد ۲ ⟸ زیرا همگی به جز ۲ مرکب می‌باشند

Donyaha.iR

۹ــ اگر بخواهیم مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم، کدام مضرب ۱۱ برای اولین بار خط خواهد خورد؟ $۱۱^۲ = ۱۲۱$

۱۰ــ به این ترتیب، آیا لازم است مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم؟ خیر

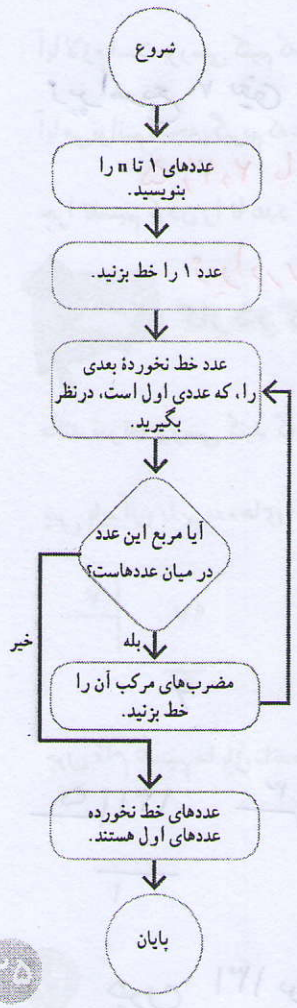
۱۱ــ آیا عددهای باقی مانده، اول هستند؟ بله

برای تعیین عددهای اول، فقط مضرب‌های مرکب عددهای اوّل را خط می‌زنیم و خط‌زدن را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن عدد اول، بین عددهای نوشته‌شده نباشد.

مهم

کار در کلاس

نتایج فعّالیت قبل که به آن روش غربال می‌گویند، در نمودار زیر خلاصه شده است.



این نمودار را برای $n = ۴۰$ دنبال کنید و همهٔ مرحله‌ها را یک به یک انجام دهید. هر مرحله از نمودار را برای خود توضیح دهید. برای مثال، جملهٔ «عددهای ۱ تا n را بنویسید» را بخوانید و عددهای ۱ تا ۴۰ را در کادر زیر بنویسید. عدد ۱ را خط بزنید. عدد خط‌نخوردهٔ بعدی را که عدد ۲ است، در نظر بگیرید. آیا مربع عدد ۲ در بین عددها هست؟ آری مضرب‌های مرکب آن را خط بزنید، دوباره به مرحلهٔ قبلی برگردید و به همین ترتیب کار را ادامه دهید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱

۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰

۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰

۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰

۲ $\xrightarrow{\text{مربع ۲}}$ ۴ در بین اعداد هست

۳ $\xrightarrow{\text{〃 ۳}}$ ۹ در بین اعداد هست

۵ $\xrightarrow{\text{〃 ۵}}$ ۲۵ در بین اعداد هست

۷ $\xrightarrow{\text{〃 ۷}}$ ۴۹ در بین اعداد نیست

مضارب مرکب ۲ →

〃 مرکب ۳ →

〃 مرکب ۵ →

Donyaha.iR

روش تشخیص یک عدد اول

① $\sqrt{a} = M$ ② عدد a را بر تمام اعداد اول تا M تقسیم می‌کنیم

③ اگر باقیمانده‌ی یکی از تقسیم‌ها صفر شود آنگاه می‌گوییم عدد a، مرکب است

④ اگر باقیمانده‌ی هیچ کدام از تقسیم‌ها صفر نشد آنگاه می‌گوییم عدد a، اول است

فعالیت

می‌خواهیم مشخص کنیم ۴۷ اول است یا نه. مانند روش غربال، که در صفحهٔ قبل توضیح داده شد، فرض کنید عددهای ۱ تا ۴۷ نوشته شده‌اند.

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۲ خط می‌خورد؟ خیر با انجام‌دادن چه عملی می‌توانید به این سؤال پاسخ دهید؟ عمل تقسیم

۴۷ | ۲ / ۴۶ / ۲۳ / ۱

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۳ خط می‌خورد؟ خیر چرا؟

۴۷ | ۳ / ۴۵ / ۱۵ / ۲

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۵ خط می‌خورد؟ خیر چرا؟ چون ۴۷ بر ۵ بخش‌پذیر نمی‌باشد

آیا لازم است بررسی کنیم که عدد ۴۷ با مضرب‌های ۷ خط می‌خورد یا نه؟ خیر چرا؟ $۷^۲ = ۴۹ > ۴۷$ زیرا مربع ۷ یعنی ۴۹ در بین اعداد وجود ندارد

آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عدد ۴۷ را فقط بر عددهای اول تقسیم می‌کنیم؟ خیر چرا؟ فقط بر اعداد اول ۲، ۳، ۵ باید تقسیم کنیم و نیاز نیست بر کل اعداد اول تقسیم کنیم

چرا تقسیم کردن را تا عدد اولی که مربع آن از ۴۷ بزرگ‌تر شود ادامه می‌دهیم؟ توضیح دهید.

زیرا در روش غربال اولین عدد مرکبی که خط می‌خورد مربع یک عدد اول است و اگر ۴۷ مرکب بود قطعاً باید از مضرب‌های ۲ یا ۳ یا ۵ خط می‌خورد

کار در کلاس

مانند نمونه، بررسی کنید که عددهای داده شده (۹۷، ۱۳۱ و ۱۴۳) اول یا مرکب هستند.

پس باید آن را به عددهای اول ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم. $\sqrt{۹۷} \simeq ۹ \longrightarrow$

۹۷ | ۲ / ۹۶ / ۴۸ / ۲۴ / ۱۲ / ۶ / ۳ / ۱

۹۷ | ۳ / ۹۶ / ۳۲ / ۳۰ / ۲ / ۱

۹۷ | ۵ / ۹۵ / ۱۹ / ۴ / ۲

۹۷ | ۷ / ۹۴ / ۱۳ / ۶

چون تمام تقسیم‌ها باقی مانده دارند، پس ۹۷ مضرب هیچ کدام نیست؛ یعنی عددی اول است.

$\sqrt{۱۳۱} \simeq ۱۱ \longrightarrow$

۱۳۱ | ۲ / ۱۳۰ / ۶۵ / ۶۴ / ۳۲ / ۱۶ / ۸ / ۴ / ۲ / ۱

۱۳۱ | ۳ / ۱۲۹ / ۴۳ / ۴۱ / ۲

۱۳۱ | ۵ / ۱۳۰ / ۲۶ / ۱

۱۳۱ | ۷ / ۱۲۶ / ۱۸ / ۶۱ / ۵۶ / ۵

۱۳۱ | ۱۱ / ۱۱ / ۱۱ / ۲۱ / ۱۱ / ۱۰

۲۶ چون ۱۳۱ بر هیچ کدام از اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ بخش‌پذیر نیست و $۱۳^۲ > ۱۳۱$ می‌باشد لذا عدد ۱۳۱ عددی اول می‌باشد

Dorsaha.iR

پس باید بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ تقسیم کنیم

$$\begin{array}{r|l} ۱۴۳ & ۲ \\ \hline ۱ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۴۳ & ۳ \\ \hline ۲ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۴۳ & ۵ \\ \hline ۳ & \end{array}$$

$$\sqrt{۱۴۳} \simeq ۱۲ \longrightarrow \begin{array}{r|l} ۱۴۳ & ۷ \\ ۱۴۰ & ۲۰ \\ \hline ۳ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۴۳ & ۱۱ \\ ۱۱ & ۱۳ \\ \hline ۳۳ & \\ ۳۳ & \\ \hline ۰۰ & \end{array} \Longrightarrow$$

۱۴۳ عددی مرکب است

چون ۱۴۳ بر ۱۱ بخش پذیر است

$۱۴۳ = ۱۱ \times ۱۳$

تمرین

۱ــ از روش غربال برای عددهای ۱ تا ۶۰ استفاده کنید و عددهای اول کمتر از ۶۰ را پیدا کنید. ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳

۲ــ مشخص کنید که عددهای ۱۰۷ و ۲۵۱ اول‌اند یا مرکب. ۱۰۷ و ۲۵۱ هر دو اول می‌باشند

۴۷، ۵۳، ۵۹

پایین

۳ــ «برای اینکه بفهمیم عددهای کمتر از ۱۰۰ اول‌اند یا نه، کافی است آنها را به عددهای ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم.»

آیا این جمله درست است؟ چرا؟ بله زیرا $۱۱^۲ = ۱۲۱$ بین اعداد نمی‌باشد

$۱۱^۲ = ۱۲۱ > ۱۲۰$

۴ــ عددی از ۱۲۰ کوچک‌تر و از ۱۰۰ بزرگ‌تر است. برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا نه، حداکثر چند تقسیم انجام می‌دهیم؟ چرا؟ ۴ تقسیم، تقسیم بر ۲، ۳، ۵ و ۷ کافی است

۵ــ عددهای ۱ تا ۱۰۰ را بنویسید و غربال کنید. سپس، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- اولین عددی که خط خورد: عدد یک
- در مرحلهٔ حذف مضرب‌های ۷، اولین مضرب ۷ که به عنوان مضرب‌های سایر عددها خط نخورد: ۴۹ $۷^۲ = ۴۹$
- عددی که با مضرب‌های آن عدد ۲۴ خط خورد: عدد ۲
- تمام مضرب‌های ۵ که در مرحلهٔ حذف مضرب‌های ۵ برای اولین بار خط خوردند:

۲۵، ۳۵، ۵۵، ۶۵، ۸۵، ۹۵

۵×۵، ۵×۷، ۵×۱۱، ۵×۱۳، ۵×۱۷، ۵×۱۹

خواندنی

توزیع و نوع قرار گرفتن اعداد اول در بین اعداد طبیعی بسیار نامنظم بوده و از قانون خاصی تبعیت نمی‌کند ولی همین اعداد اول که به صورتی نامنظم در بین اعداد طبیعی روییده‌اند، می‌توانند هر عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک را بسازند و به‌عنوان بلوک‌های ساختمانی برای اعداد طبیعی به‌کار بروند.

$۱۰۰ = ۲^۲ \times ۵^۲$ ، $۳۶ = ۲^۲ \times ۳^۲$

$۱۲ = ۲^۲ \times ۳$ ، $۵ = ۵^۱$ ، $۲۷ = ۳^۳$

$\sqrt{۱۰۷} \simeq ۱۰ \Longrightarrow \{۲، ۳، ۵، ۷\} \Longrightarrow$ ۱۰۷ اول است

بخش پذیری

جواب سؤال ۲

$\sqrt{۲۵۱} \simeq ۱۵ \Longrightarrow \{۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳\} \Longrightarrow$ ۲۵۱ عددی اول است

بخش پذیری

Donyaha.iR

جواب سؤال ۲

۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰
۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹

مضرب‌های ۵ ←

مضرب‌های ۲ ←

مضرب‌های ۳ ←

مرور فصل ۲

مفاهیم و مهارت‌ها

واژه‌های زیر در این فصل به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

• نمودار درختی • عدد مرکب • نسبت به هم اول • روش غربال

روش‌های اصلی زیر در این فصل مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و خلاصهٔ درس را در دفتر خود بنویسید.

• پیدا کردن عددهای اول با روش‌های تقسیم، ضرب و بخش‌پذیری
• تشخیص عددهای اول و مرکب
• تعیین عددهای اول به کمک روش غربال
• دنبال کردن یک دستورالعمل و نمودار
• تعیین اینکه یک عدد، اول یا مرکب است.

کاربرد

این درس در فصل مربوط به توان و جذر کاربرد دارد. از تبدیل پایه‌های مرکب به پایه‌های عدد اول برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار استفاده می‌شود.

تمرین‌های ترکیبی

۱ــ یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده‌های اول غیر از ۲ و ۳ نداشته باشد. آیا این عدد و عددی که شمارنده‌های اول آن ۲ و ۵ است، نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

$(6, 10) = 2$ زیرا عدد ۲ شمارنده‌ی مشترک این دو عدد است

۲ــ با روش غربال، عددهای اول بین ۲۰ و ۴۰ را پیدا کنید. در این روش، کار را از خط‌زدن مضرب‌های کدام عدد شروع می‌کنید و با مضرب‌های کدام عدد پایان می‌دهید؟

بالا ←

با خط زدن مضرب‌های ۲ شروع و با خط زدن مضرب‌های ۵ پایان می‌دهیم

۳ــ آیا عدد ۱۳۷ اول است؟ چرا؟

آری، چون ۱۳۷ بر اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ بخش‌پذیر نمی‌باشد

$\sqrt{137} \simeq 11,...$

۴ــ ۲ عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

$(36, 121) = 1$ و $(25, 49) = 1$

Donyaha.iR